

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR AGRICOLE
ÉPREUVE A DU DEUXIÈME GROUPE
TRAITEMENT DE DONNÉES

Option : Toutes sauf Aménagements Paysagers

Coefficient : 3 - Durée : 3 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Rappel : Au cours de l'épreuve, la calculatrice est autorisée pour réaliser des opérations de calcul, ou bien élaborer une programmation, à partir des données fournies par le sujet.

Le sujet comporte 7 pages

EXERCICE 1 : **9 points**

EXERCICE 2 : **5 points**

EXERCICE 3 : **6 points**

SUJET

Exercice 1 (9 points)

Une étude statistique, sur le taux de volailles infectées par une maladie contagieuse, a été menée dans un élevage.

La variable T désigne le nombre de jours écoulés depuis la découverte de la maladie dans l'élevage.

La variable Y désigne le taux de volailles infectées.

Les résultats sont consignés dans le tableau ci dessous :

t_i	0	5	7	12	13	15	16	17	18	21	25	31
y_i	0,11	0,22	0,28	0,42	0,46	0,58	0,68	0,76	0,78	0,86	0,91	0,97

1.

- a. Construire le nuage de points de la série statistique (t_i, y_i) dans un repère orthogonal.
(unités graphiques : 1cm pour 2 jours sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 0,2 sur l'axe des ordonnées).
- b. Le graphique suggère-t-il une relation affine entre les variables T et Y ? Justifier succinctement la réponse.

2. On pose :

$$Z = \ln\left(\frac{1}{Y} - 1\right)$$

- a. Donner le tableau de la série statistique (t_i, z_i) . Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.
- b. Construire le nuage de points de la série statistique (t_i, z_i) dans un nouveau repère orthogonal.
3. Donner une équation de la droite d'ajustement de Z en T obtenue par la méthode des moindres carrés. Le coefficient directeur sera arrondi à 10^{-2} près et l'ordonnée à l'origine à 10^{-1} près.

4. Dans cette question on prendra pour équation de la droite d'ajustement de Z en T l'équation :

$$z = -0,18t + \ln 9$$

Montrer alors que l'on peut établir la relation suivante :

$$Y = \frac{1}{1 + 9e^{-0,18T}}$$

5. On considère la fonction f définie sur $[0; 31]$ par :

$$f(t) = \frac{1}{1 + 9e^{-0,18t}}$$

a. Si f' désigne la fonction dérivée de f montrer que pour tout nombre t de l'intervalle $[0; 31]$:

$$f'(t) = \frac{1,62 e^{-0,18t}}{(1 + 9e^{-0,18t})^2}$$

- b. Etudier le signe de $f'(t)$ suivant les valeurs de t et dresser le tableau de variations de f sur $[0; 31]$.
- c. Tracer la courbe représentative, notée C_f , de cette fonction sur le graphique de la question 1.a.
- d. Déterminer graphiquement à partir de combien de jours le taux de volailles infectées est supérieur à 80%.

Exercice 2 (5 points)

Le taux de réussite du greffage dans une pépinière viticole est de 60%.

Une équipe réalise 150 greffes en une heure.

X désigne la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de greffes réussies sur 150.

1. Définir la loi de probabilité de la variable aléatoire X . Justifier la réponse.
2. Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire X .
3. Par quelle loi peut-on approcher la loi de la variable aléatoire X ? Justifier la réponse.
4. En utilisant cette loi approchée, calculer les probabilités des événements suivants :
 - a. A : « Plus de 70% des greffes sont réussies ».
 - b. B : « Le nombre de greffes réussies est strictement compris entre 82 et 97 ».

Exercice 3 (6 points)

Le responsable d'une coopérative agricole souhaite mettre en place, à l'aide d'un tableur, une application permettant de prendre en compte et de trier les apports de blé de ses adhérents pendant les moissons.

Les données saisies sont : le numéro de l'adhérent, le poids en charge du véhicule, le poids à vide du véhicule, le pourcentage d'impuretés, la variété de blé (P ou F), le taux d'humidité exprimé en pourcentage et le poids spécifique en g (PS) pour chaque livraison.

Cette application doit permettre de déterminer :

- Le nom de l'adhérent.
- La quantité de blé brute livrée.
- La quantité de blé réelle livrée (enlever les impuretés).
- La qualité de blé en fonction des critères suivants :
 - * « Fourrager » pour la variété F.
 - * « Fourrager » pour la variété P avec un taux d'humidité supérieur ou égal à 15% ou avec un poids spécifique inférieur ou égal à 75 g.
 - * « Meunerie » dans tous les autres cas.
- Le montant à payer pour chaque livraison sachant que :
 - * le prix du quintal de blé qualité *Meunerie* est fixé à 11,2 euros (peut être modifié).
 - * le prix du quintal de blé qualité *Fourrager* est fixé à 9,65 euros (peut être modifié).
- Le total des montants à payer.

Vous trouverez, en page suivante, un modèle de cette application et un extrait de la table des adhérents.

Etablir les formules nécessaires pour cette application.

Pour chaque formule, vous indiquerez l'adresse de son emplacement dans le tableau et la zone de « recopie ».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	N° adhérent	Nom adhérent			Prix du quintal de blé en euros							
2	11	Gaec des plaines			Meunerie	11,2						
3	12	EARL de la source			Fourrager	9,65						
4	13	Gaec des chênes										
5	14	Jean Dupont										
6	15	Bernard Martin										
7	16	EARL des vignes										
8	17	GAEC du château										
9												
10												
11	N° adhérent	Nom adhérent	Poids total en charge kg	Poids à vide kg	Quantité livrée brute kg	Impuretés	Quantité réelle livrée kg	Variété	Taux humidité	PS en g	Qualité	Montant à payer
12	11		22150	9690		1,5%		P	15,5%	78		
13	13		13650	7530		2,5%		P	13,0%	77		
14	12		11890	7210		1,0%		P	11,0%	79		
15	17		25080	10520		1,0%		P	13,5%	76		
16	11		18230	9655		2,1%		F	15,0%	76		
17												
18												
19												
20											TOTAL	

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR AGRICOLE

Formulaire de mathématiques

1. Relations fonctionnelles :

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b)$$

2. Dérivées des fonctions usuelles :

$f(x)$	$f'(x)$	<i>Intervalle de validité</i>
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0, +\infty[$
e^x	e^x	IR
$x^\alpha, (\alpha \in \mathbb{R}^*)$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$]0, +\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	IR
$\cos x$	$-\sin x$	IR

3. Primitives des fonctions usuelles :

$f(x)$	$F(x)$	<i>Intervalle de validité</i>
$\frac{1}{x}$	$\ln x + k$	$]0, +\infty[$
e^x	$e^x + k$	IR
$x^\alpha, \alpha \neq -1$	$\frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + k$	$]0, +\infty[$
$\cos x$	$\sin x + k$	IR
$\sin x$	$-\cos x + k$	IR

k désigne une constante réelle.

4. Développements limités à l'ordre 1 :

$$e^x = 1 + x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\ln(1+x) = x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\sin x = x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\cos x = 1 + \varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

5. Statistique descriptive :

a) Moyenne arithmétique :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad ; \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i$$

b) Variance et écart-type :

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - (\bar{x})^2 \quad ; \quad \sigma_x = \sqrt{V}$$

c) Ajustement affine par la méthode des moindres carrés :

$$\text{Covariance : } \sigma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \bar{x} \bar{y}$$

$$y = ax + b \quad ; \quad a = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}$$

d) Corrélation linéaire : $r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$

6. Probabilités :

a) Loi binomiale :

$$\text{Prob}(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{où} \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

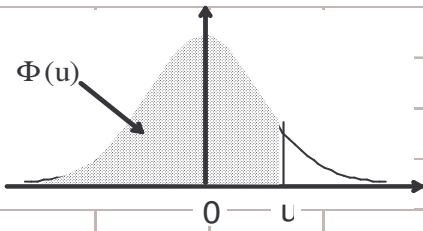
$$E(X) = np \quad ; \quad V(X) = np(1-p)$$

b) Loi de Poisson :

$$\text{Prob}(X = k) = e^{-\lambda} \times \frac{\lambda^k}{k!} \quad ; \quad E(X) = \lambda \quad ; \quad V(X) = \lambda$$

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite

$$\Phi(u) = \text{Prob}(U \leq u)$$



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990